

Основне академске студије
Информациони инжењеринг

Основи рачунарске интелигенције

Основи логике, теорије фази скупова и фази логике

(материјали за предавања)

1. Логика
2. Фази скупови
3. Фази логика
4. Примена фази скупова
5. Извори и литература

Основни концепти исказне логике – понављање

синтакса

исказна формула (формула)

атомичка – није могуће даље разлагање

исказна слова

логичке константе

\top („те“)

\perp („нете“)

сложена – могуће даље разлагање

употреба логичких везника и заграда

логички везници (од вишег ка нижем нивоу приоритета)

унарни

\neg (негација)

бинарни

\wedge (конјункција)

\vee (дисјункција)

\Rightarrow (импликација)

\Leftrightarrow (еквиваленција)

заграде

Основни концепти исказне логике – понављање

семантика

1 (истина, тачно)

0 (неистина, нетачно)

интерпретација

истинитосна таблица

база знања

логичка последица

Основни концепти исказне логике – понављање

p	$\neg p$
1	0
0	1

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	0

p	q	$p \vee q$
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	0	0

Основни концепти исказне логике – понављање

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
0	1	1
1	0	0
0	0	1

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	1

Основни концепти исказне логике – понављање

таутологија

контрадикција

нормалне форме

конјунктивна нормална форма

дисјунктивна нормална форма

Основни концепти предикатске логике – понављање

функцијски симболи

релацијски симболи

квантификација

\forall (универзални квантификатор)

\exists (егзистенцијални квантификатор)

1. Логика
- 2. Фази скупови**
3. Фази логика
4. Примена фази скупова
5. Извори и литература

Класични концепт скупа

елементи и скуп елемената

ентитети и њихова повезаност кроз заједничку припадност

искључивост у погледу припадности елемента скупу

разликовање два нивоа припадности

елемент или припада или не припада скупу

неприхватљивост непрецизности, неодређености или нејасноће у погледу припадности скупу

Класични концепт скупа

класични скуп A

енгл. *crisp set*

„оштри скуп”

спецификација скупа

кроз експлицитно набрајање елемената скупа (екстензија)

$$A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$$

кроз спецификацију особина које поседују сви елементи скупа (интензија)

$$A = \{a \in \mathbb{Z} \mid P(a)\}$$

$$A = \{a \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq a \leq 10\}$$

кроз функцију припадности

$$\mu_A(a) = \begin{cases} 1, & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases}$$

Моделовање

формално моделовање

често се ослања на класичну теорију скупова и класичну логику

моделу као апстрактне представе

поједностављени поглед на стварни систем

занемаривање разних карактеристика зарад могућности формирања употребљиве представе

систематизација и класификација

категоризација појава

разврставање појава по изабраним категоријама

припадност категорији може бити упитна

потребно утврдити да нешто или припада потпуно или не припада уопште

потребно изабрати једну од понуђених категорија

добро–лоше, лепо–ружно, велико–мало...

припадност би могла бити разматрана и на нивоу степена припадности

неке појаве су јаче везане за дату категорију од других

Концепт приближности

приближност (енгл. *fuzziness*)

непрецизност, неодређеност, нејасноћа, неизразитост, оквирност, расплутност, мутност

приближност као саставни део живота

субјективност и објективност

наука

физика

Хајзенбергов принцип неодређености

природни језици

појмови нису апсолутно прецизни

значај контекста

различите особе могу различито посматрати исте појмове

људски доживљаји

осећања, утисци, ставови

приближност би могла бити уграђена у формалне моделе

рад Лотфија Задеа (1965. и касније)

Фази скупови

Фази скуп

енгл. *fuzzy set*

„мутни скуп”

уопштење класичног скупа

функција припадности елементе пресликава на интервал $[0, 1]$

припадност није ограничена на 0 (не припада) и 1 (припада)

степен припадности описан вредношћу функције припадности

што је вредност функције припадности ближа вредности 1 то је степен припадности виши

када функција припадности обухвата само пресликавања на 0 или 1, фази скуп се своди на класични скуп

функција припадности

карактеристична функција, функција чланства, ниво чланства, степен истинитости, степен компатибилности, степен припадности, расподела могућности

Фази скуп – дефиниција

фази скуп **A** за дати универзални скуп X

$$\mathbf{A} = \{ (x, \mu_{\mathbf{A}}(x)) \mid x \in X, 0 \leq \mu_{\mathbf{A}}(x) \leq 1 \}$$

фази скуп обухвата уређене парове елемен̄и – с̄ӣе̄ӣен ӣрӣӣа̄гнос̄ӣи
спецификација фази скупа

преко парова елемен̄и – с̄ӣе̄ӣен ӣрӣӣа̄гнос̄ӣи
преко функције припадности

Фази скуп – представа

додатне представе фази скупа **A** зависно од природе универзалног скупа X

дискретни и коначни скуп X

$$\mathbf{A} = \mu_{\mathbf{A}}(x_1)/x_1 + \mu_{\mathbf{A}}(x_2)/x_2 + \dots + \mu_{\mathbf{A}}(x_n)/x_n$$

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n \mu_{\mathbf{A}}(x_i)/x_i$$

континуални и бесконачни скуп X

$$\mathbf{A} = \int_X \mu_{\mathbf{A}}(x)/x$$

Фази скуп – представа

функција припадности

постоје карактеристични облици који се често користе у пракси

синглтон

троугаона

трапезоидна

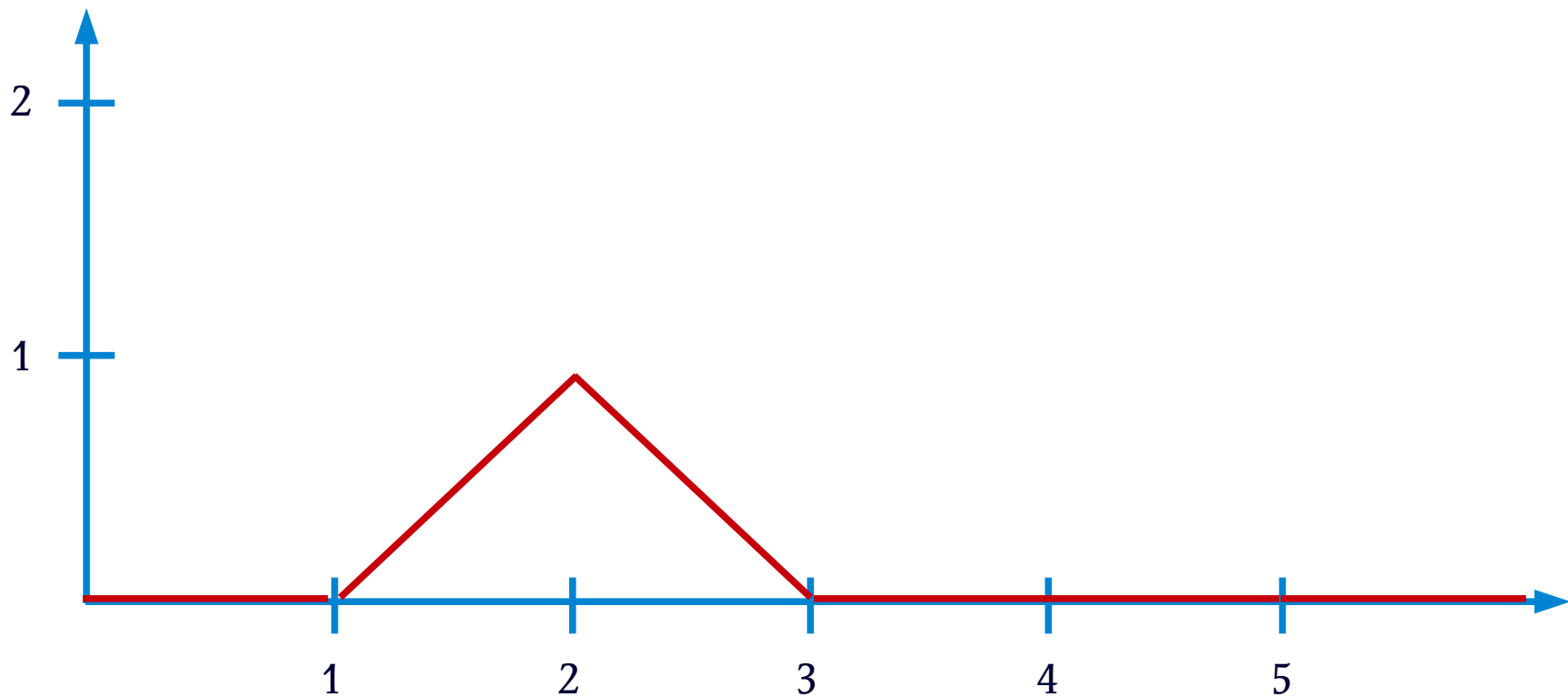
Гаусова

Фази скупови

Фази скуп – представа

функција припадности

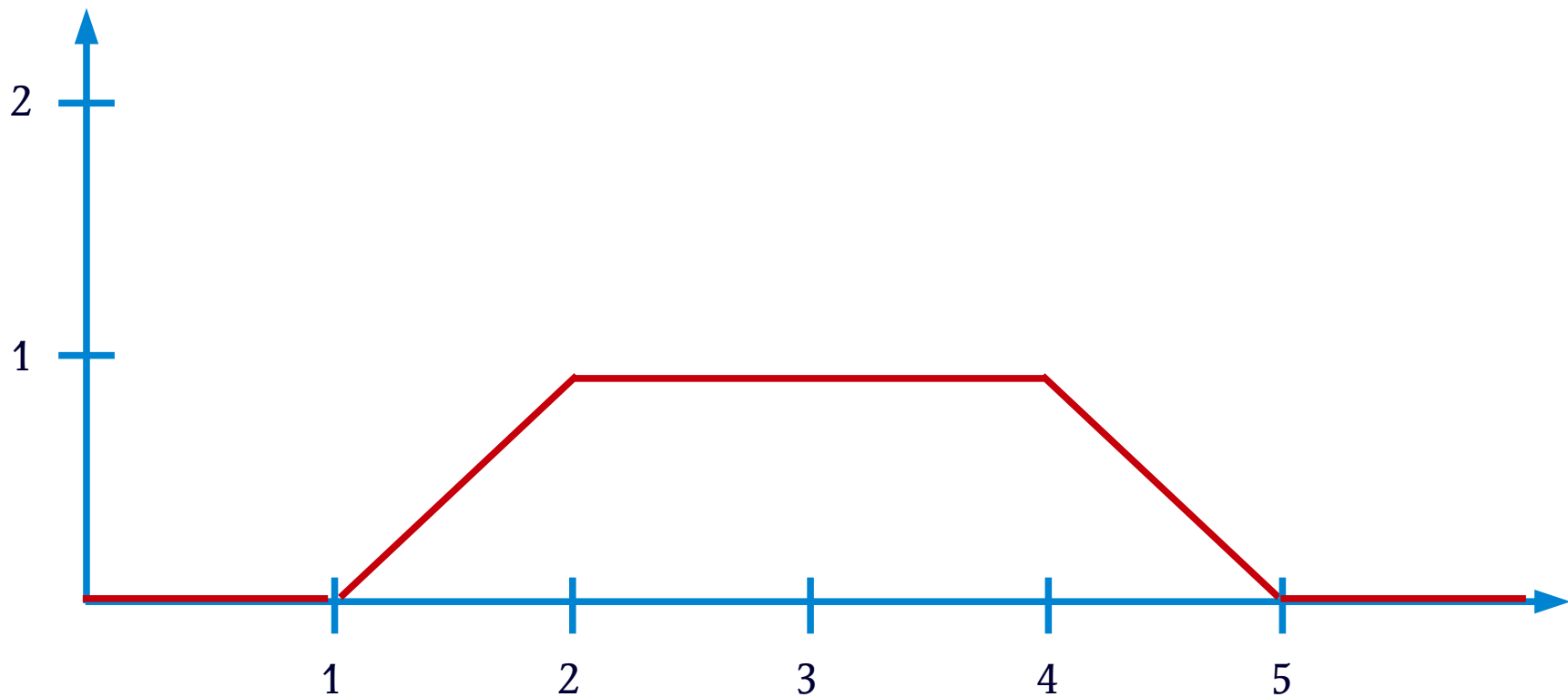
пример троугаоне функције



Фази скуп – представа

функција припадности

пример трапезоидне функције



Фази скуп – додатни концепти

нормалност фази скупа **A**

услов нормалности

$$|\{x \mid x \in X, \mu_A(x) = 1\}| \geq 1$$

кардиналитет коначног фази скупа **A**

$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_A(x)$$

Фази скуп – додатни концепти

језгро фази скупа **A**

$$C(A) = \{x \mid x \in X, \mu_A(x) = 1\}$$

енгл. *core*

језгро је класични скуп елемената за које је степен припадности у фази скупу једнак 1

Фази скуп – додатни концепти

потпора фази скупа **A**

$$S(\mathbf{A}) = \{x \mid x \in X, \mu_{\mathbf{A}}(x) > 0\}$$

енгл. *support*

потпора је класични скуп елемената за које је степен припадности у фази скупу позитиван

Фази скуп – додатни концепти

границе фази скупа **A**

$$B(A) = \{x \mid x \in X, 0 < \mu_A(x) < 1\}$$

енгл. *boundaries*

границе су класични скуп елемената за које је степен припадности у фази скупу позитиван али мањи од 1

Фази скуп – додатни концепти

α -рез

$$A_\alpha = \{x \mid x \in X, \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

енгл. *α -cut*

α -рез је класични скуп елемената за које је степен припадности у фази скупу већи или једнак са вредношћу α

јаки α -рез

$$A'_\alpha = \{x \mid x \in X, \mu_A(x) > \alpha\}$$

енгл. *strong α -cut*

јаки α -рез је класични скуп елемената за које је степен припадности у фази скупу већи од вредности α

Фази скуп – основне операције

комплемент фази скупа **A**

$$\bar{A} = \{(x, 1 - \mu_A(x)) \mid x \in X\}$$

унија фази скупова **A** и **B**

$$A \cup B = \{(x, \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}) \mid x \in X\}$$

пресек фази скупова **A** и **B**

$$A \cap B = \{(x, \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}) \mid x \in X\}$$

1. Логика
2. Фази скупови
- 3. Фази логика**
4. Примена фази скупова
5. Извори и литература

Фази логика

представља развој класичне логике

проширење концепта истинитости са две дозвољене вредности на интервал вредности

ослања се на концепт фази скупа и повезане концепте

исказ у фази логици повезан с фази скупом

истинитост исказа у фази логици заснива се на функцији припадности која одговара повезаном фази скуп

Исказ у фази логици

исказ /

$$\mathbf{I} : x \in A$$

фази скуп A

истинитосна вредност исказа /

$$T(\mathbf{I}) = \mu_A(x)$$

Логички везници у фази логици

негација за исказ I

$$T(\bar{I}) = 1 - T(I)$$

конјункција за исказе I (за фази скуп A) и J (за фази скуп B)

$$T(I \wedge J) = \min \{T(I), T(J)\}$$

дисјункција за исказе I (за фази скуп A) и J (за фази скуп B)

$$T(I \vee J) = \max \{T(I), T(J)\}$$

Логички везници у фази логици

импликација за исказе I (за фази скуп A) и J (за фази скуп B)
једна варијанта импликације (по Задеу)

$$I \Rightarrow J \equiv \bar{I} \vee J$$

$$T(I \Rightarrow J) = \max \{ T(\bar{I}), T(J) \}$$

друга варијанта импликације (по Мамданију)

$$T(I \Rightarrow J) = \min \{ T(I), T(J) \}$$

трећа варијанта импликације (по Ларсену)

$$T(I \Rightarrow J) = T(I) T(J)$$

...

1. Логика
2. Фази скупови
3. Фази логика
- 4. Примена фази скупова**
5. Извори и литература

Језичка променљива

енгл. *linguistic variable*

формализација тумачења речи неког језика

прихватање непрецизности речи

прикладност конкретне речи може варирати од појаве од појаве

постоје нивои прикладности

за једну појаву више различитих речи може послужити као прикладан опис

Језичка променљива

променљива

$(X, U, R(X; u))$

X

назив променљиве

x је општа ознака за вредности X

U

универзум дискурса

u је општа ознака за елементе U

$R(X; u)$

подскуп од U

представља рестрикцију над вредностима u која је наметнута преко X

представља распон од X

скраћени запис $R(X)$

Језичка променљива

променљива – једначина доделе

$$x = u : R(X)$$

представља доделу вредности u за x под рестрикцијом $R(X)$

једначина доделе је задовољена акко важи да је u елемент $R(X)$

Језичка променљива

фази променљива

$(X, U, R(X; u))$

X

назив променљиве

x је општа ознака за вредности X

U

универзум дискурса

u је општа ознака за елементе U

$R(X; u)$

фази подскуп од U

представља фази рестрикцију над вредностима u која је наметнута преко X
скраћени запис $R(X)$

Језичка променљива

фази променљива – једначина доделе

$$x = u : R(X)$$

представља доделу вредности u за x под рестрикцијом $R(X)$
за једначину доделе везује се степен задовољености

$c(u)$

компатибилност u са $R(X)$

$$c(u) = \mu_{R(X)}(u), u \in U$$

Примена фази скупова

Језичка променљива

фази променљива – пример

$$(\mathbf{Ocena}, \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}, R(\mathbf{Ocena}))$$

$$R(\mathbf{Ocena}) = 0,1/6 + 0,3/7 + 0,5/8 + 1/9 + 1/10$$

једначина доделе – пример

$$\mathbf{Ocena} = 8 : R(\mathbf{Ocena})$$

$$c(8) = \mu_{R(\mathbf{Ocena})}(8) = 0,5$$

Језичка променљива

језичка променљива

$(\Lambda, T(\Lambda), U, G, M)$

Λ

назив променљиве

$T(\Lambda)$

скуп термова – скуп назива језичких вредности за Λ

свака вредност је фази променљива за универзум дискурса U

X је општа ознака за фази променљиву

U

универзум дискурса

G

синтаксно правило за генерисање назива за вредности Λ

M

семантичко правило за придруживање значења за X

$M(X)$ је значење терма X

рестрикција $R(X)$ над основном променљивом U наметнута преко X

Примена фази скупова

Језичка променљива

језичка променљива – пример

(**Prosek**, {*dobro*, *osrednje*, *loše*}, [6, 10], G , M)

$$M(dobro) = \int_8^9 (u-8)/u + \int_9^{10} 1/u$$

$$M(osrednje) = \int_6^8 \frac{u-6}{2}/u + \int_8^{10} \frac{10-u}{2}/u$$

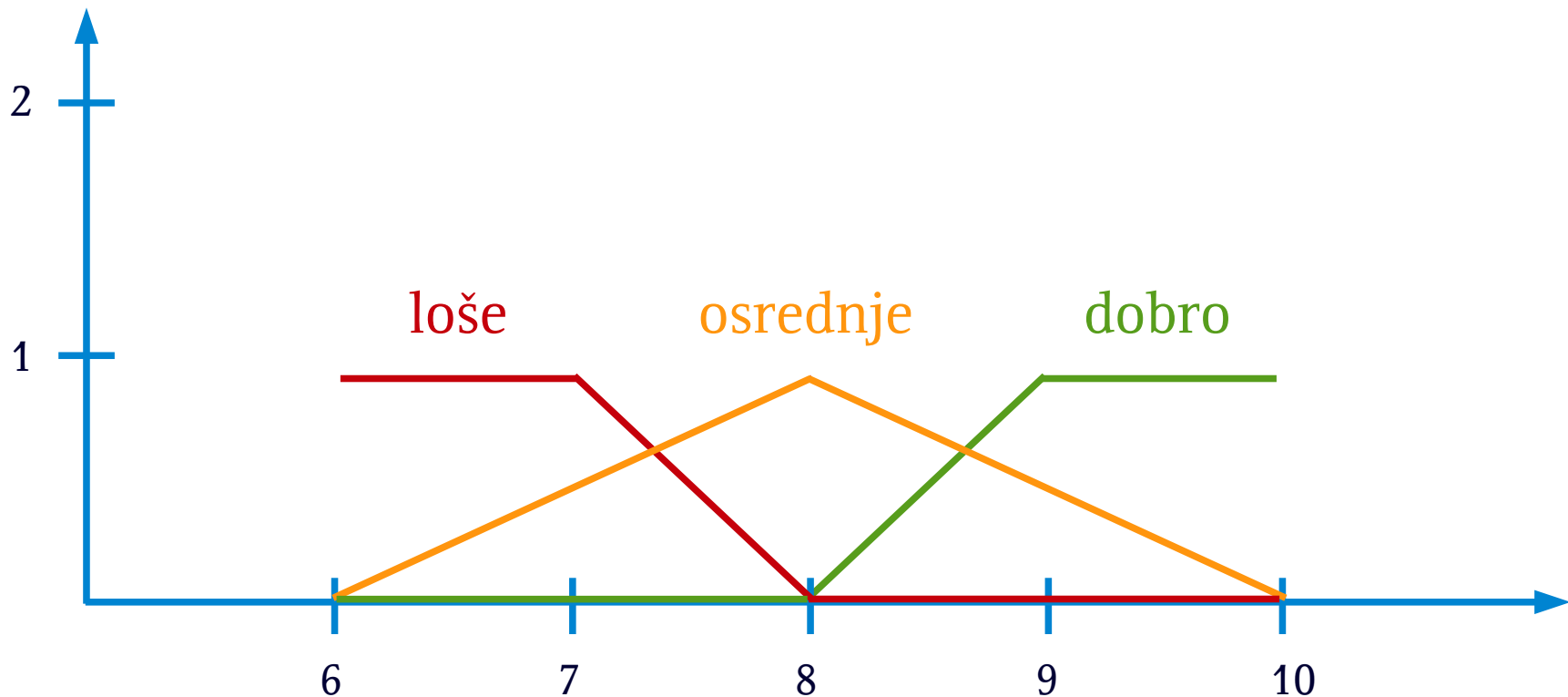
$$M(loše) = \int_6^7 1/u + \int_7^8 (8-u)/u$$

Примена фази скупова

Језичка променљива

језичка променљива – пример

(**Prosek**, {*dobro*, *osrednje*, *loše*}, [6, 10], G , M)



1. Логика
2. Фази скупови
3. Фази логика
4. Примена фази скупова
- 5. Извори и литература**

Основни извори и литература

- ◆ Russel S, Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. 3rd Edition. Pearson Education (Upper Saddle River, NJ, USA); 2010.
- ◆ Zimmerman H-J. Fuzzy Set Theory—and Its Applications. 4th Edition. Springer Science+Business Media (New York, NY, USA); 2001.
- ◆ Kecman V. Learning and Soft Computing: Support Vector Machines, Neural Networks, and Fuzzy Logic Models. MIT Press (Cambridge, MA, USA); 2001.
- ◆ Ross TJ. Fuzzy Logic with Engineering Applications. 3rd Edition. Wiley (Chichester, UK); 2010.
- ◆ Poole DL, Mackworth AK. Artificial Intelligence: Foundations of Computational Agents. 2nd Edition. Cambridge University Press (Cambridge, UK); 2017. Internet: <https://www.artint.info/index.html>

Основни извори и литература

- ◆ Zadeh LA. Fuzzy Sets. Information and Control. 1965;8; 338-353.
- ◆ Zadeh LA. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning. Memorandum No. ERL-M411. Electronics Research Laboratory, College of Engineering, University of California, Berkeley (Berkeley, CA, USA); 1973.

Основне академске студије
Информациони инжењеринг

Основи рачунарске интелигенције

Основи логике, теорије фази скупова и фази логике

(материјали за предавања)