

Baze podataka 2

Vežbe – normalne forme

Sadržaj

- Anomalije ažuriranja
- Normalne forme
- Spojivost bez gubitaka

Anomalije ažuriranja

Anomalije ažuriranja

- Motivacija za potrebu projektovanja šeme BP
- Šema univerzalne relacije (U, OGR) se, praktično, ne može implementirati, jer
 - skupovi U i OGR su preglomazni (i do nekoliko hiljada obeležja i ograničenja)
 - nemoguće je (U, OGR) sagledati u celini, a to nema ni logičkog smisla univerzalna relacija bi bila, takođe, prevelika
 - javljaju se anomalije ažuriranja
 - javlja se nepotrebna redundansa podataka

Anomalije ažuriranja

- Anomalije upisa
 - moraju se, pri pokušaju upisa podataka o jednom entitetu, znati vrednosti obeležja svih povezanih entiteta
 - potrebno je zadati sve vrednosti obeležja ključa
 - a neke od njih, međutim, nisu poznate u trenutku upisa
- Anomalije brisanja
 - brisanjem jedne torke gube se, na neželjen način, informacije o različitim realnim entitetima
 - koji su povezani sa entitetom kojeg reprezentuje brisana torka
- Anomalije modifikacije (redundanse)
 - modifikacija vrednosti obeležja istog realnog entiteta obavlja se na više mesta u relaciji
 - jer se nepotrebno ponavlja na više mesta u relaciji
 - često, za takvu operaciju, zahteva se prolaz kroz celu relaciju

Anomalije ažuriranja

- Primer
 - semantika obeležja koja postoje u univerzalnom skupu obeležja
 - MBR - matični broj radnika
 - IME - ime radnika
 - PRZ - prezime radnika
 - PLT - plata
 - SPR - šifra projekta
 - NAP - naziv projekta
 - NAR - naručilac projekta
 - BRC - broj radnih časova radnika na projektu

Anomalije ažuriranja

- Primer - Radnik

MBR	IME	PRZ	PLT	SPR	NAP	NAR	BRC
50	Rastko	Cvetkovic	40000	30	Optimizacija mreze	ElektroLux	5
180	Eva	Tomic	32000	60	Ziro racuni	Dafiscan	11
50	Rastko	Cvetkovic	40000	40	IIS	Sintelon	2
30	Eva	Ras	15000	30	Optimizacija mreze	ElektroLux	3
60	Mira	Tomic	32000	30	Optimizacija mreze	ElektroLux	4
100	Jova	Jovic	32000	60	Ziro racuni	Dafiscan	11
50	Rastko	Cvetkovic	40000	10	Optimizacija u spicu	TE-TO	11
30	Eva	Ras	15000	40	IIS	Sintelon	1

Anomalije ažuriranja

- Primer - Radnik
 - $F = \{ \text{MBR} \rightarrow \text{IME} + \text{PRZ} + \text{PLT}, \text{IME} + \text{PRZ} \rightarrow \text{MBR}, \text{SPR} \rightarrow \text{NAP} + \text{NAR}, \text{NAP} \rightarrow \text{SPR} + \text{NAR}, \text{NAR} \rightarrow \text{SPR} + \text{NAP}, \text{MBR} + \text{SPR} \rightarrow \text{BRC}, \text{MBR} + \text{NAP} \rightarrow \text{BRC}, \text{MBR} + \text{NAR} \rightarrow \text{BRC} \}$
 - šema relacije Radnik ima
 - $K_1 = \text{MBR} + \text{SPR}$, $K_2 = \text{IME} + \text{PRZ} + \text{SPR}$, $K_3 = \text{MBR} + \text{NAP}$, $K_4 = \text{MBR} + \text{NAR}$, $K_5 = \text{IME} + \text{PRZ} + \text{NAP}$, $K_6 = \text{IME} + \text{PRZ} + \text{NAR}$
- Pojam ključa
 - veoma bitan za sagledavanje anomalija ažuriranja

Anomalije ažuriranja

- Primer nekih anomalija ažuriranja
 - Ne mogu se upisati podaci o nekom radniku dok mu se ne dodijeli makar jedan projekat
 - $K1=MBR+SPR$
 - Brisanjem poslednjeg projekta na kom radnik radi, gube se i osnovni podaci (IME, PRZ i PLT)
 - $K1=MBR+SPR$
 - Promena prezimena jednog radnika se mora sprovesti u više od jedne torke

Normalne forme

Normalne forme

- Moguće je izbegavanje ili u idealnom slučaju potpuno uklanjanje anomalija ažuriranja
- Šema BP treba da zadovolji kriterijum odgovarajuće normalne forme
- Postoji sedam normalnih formi
 - 1NF, 2NF, 3NF, BCNF
 - 4NF, 5NF (PJNF), 6NF (DKNF)
- Za praksu su najbitnije prve četiri
 - temelje se na pojmovima FZ i ključa

Normalne forme

- Prva normalna forma (1NF)
 - šema relcije $N(R, O)$ je u 1NF ako
 - R sadrži samo elementarna obeležja
 - za svaku pojavu $r(N)$ važi da su sve vrednosti svih obeležja R atomarne
 - ne predstavljaju niz, ili skup drugih vrednosti iz domena obeležja
- Šema BP (S, I) je u 1NF ako su sve šeme relacija skupa S u 1NF

$(\forall r \in \text{SAT}(U))(\forall A \in U)(\forall t \in r)(t(A) \text{ je elementarno obeležje})$

Normalne forme

- Primer:
 - $U = \{MBR, IME, PRZ, ADR, TEL\}$
 - $F = \{MBR \rightarrow IME + PRZ + ADR + TEL\}$
 - $ADR = \{PTT, MESTO, ULICA, BROJ\}$, $TEL = \{POZBR, BRTEL\}$
 - ako se u skupu U složena obeležja ADR i TEL zamene odgovarajućim skupovima obeležja, u tako dobijenom skupu obeležja važi i FZ $PTT \rightarrow POZBR$
 - dekomponovanje složenog obeležja na elementarna obeležja može dovesti do definisanja funkcionalnih zavisnosti koje se inače ne bi mogle izraziti

Normalne forme

- Definicija:
 - Atribut A relacije R je potpuno funkcionalno zavisan od atributa X relacije R, ako je funkcionalno zavisan od atributa X, a nije funkcionalno zavisan ni od jednog pravog podskupa atributa X

FZ: $X \rightarrow A$ se naziva potpunom ako za svako $Y \subset X$ važi $F \not\models Y \rightarrow A$

Normalne forme

- Druga normalna forma (2NF)
 - šema relacije $N(R, F)$, sa skupom ključeva K je u 2NF ako je
 - u 1NF i
 - ako je svako neprimarno obeležje u potpunoj funkcionalnoj zavisnosti od svakog ključa

$$(\forall A \in R \setminus K_{pr})(\forall X \in K)(\forall Y \subset X)(F \neq Y \rightarrow A)$$

$$K_{pr} = \bigcup_{X \in K} (K) - \text{skup primarnih obeležja relacije } N$$

- Šema BP (S, I) je u 2NF ako su sve šeme relacija skupa S u 2NF

Normalne forme

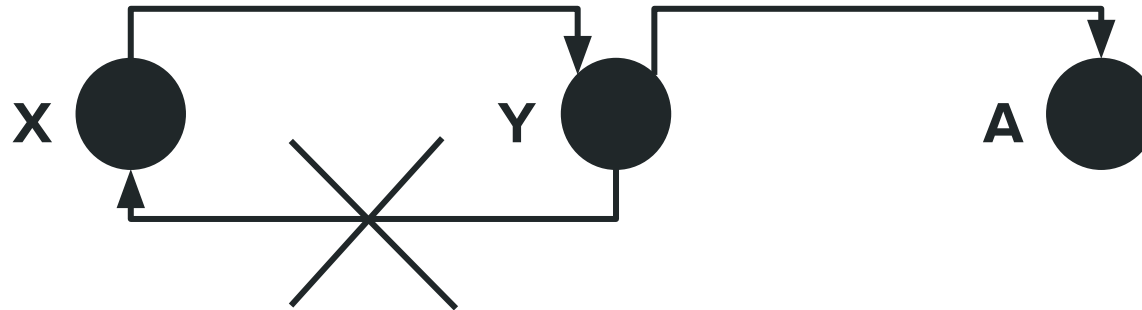
- Primer:
 - Radnik({MBR, IME, PRZ, PLT, SPR, NAP},{MBR→IME+PRZ+PLT, SPR→NAP})
 - K={MBR+SPR}
 - MBR+SPR→NAP
 - NAP - neprimarno obeležje
 - nepotpuna fz
 - sledi iz SPR→NAP

Normalne forme

- Primer:
 - Radnik_Radi({MBR,IME,SPR,NAP},{MBR→IME+SPR+NAP, SPR→NAP, NAP→SPR})
 - K={MBR}
 - Da li šema relacije zadovoljava 2NF?
 - Da, MBR svakako ne može da se dekomponuje
 - Svako neprimarno obeležje je u potpunoj FZ od svakog ključa

Normalne forme

- Definicija:
 - Netrivijalna FZ $X \rightarrow A$ je tranzitivna, ako važi $X \rightarrow Y \in F^+$, $Y \rightarrow A \in F^+$ a ne važi da $Y \rightarrow X \in F^+$



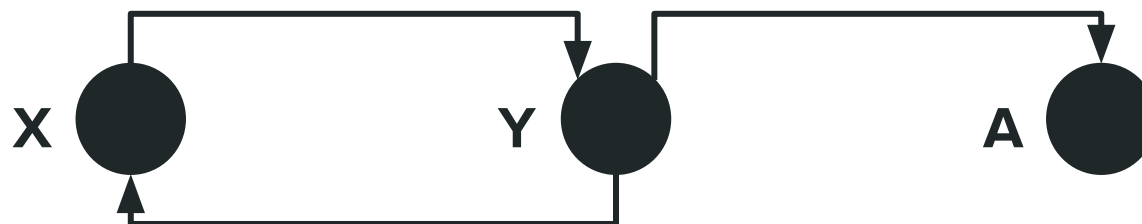
Normalne forme

- Treća normalna forma (3NF)
 - šema relacije $N(R, F)$, sa skupom ključeva K je u 3NF ako je
 - u 1NF i
 - ako je svako neprimarno obeležje samo u netranzitivnoj funkcionalnoj zavisnosti od svakog ključa

$$(\forall A \in R \setminus K_{pr})(\forall X \in K)(\forall Y \subseteq R \setminus \{A\})(F \models Y \rightarrow A \Rightarrow F \models Y \rightarrow X)$$

$K_{pr} = \bigcup_{X \in K} (X) -$ skup primarnih obeležja relacije N

- Šema BP (S, I) je u 3NF ako su sve šeme relacija skupa S u 3NF



Normalne forme

- Primer:
 - Radnik_Radi({MBR,IME,SPR,NAP},{MBR→IME+SPR+NAP, SPR→NAP, NAP→SPR})
 - K={MBR}
 - Da li je MBR→NAP tranzitivna FZ?
 - MBR→SPR
 - SPR→NAP } MBR→NAP je tranzitivna FZ
 - SPR↯MBR

Normalne forme

- Boyce-Codd normalna forma (BCNF)
 - šema relacije $N(R, F)$, sa skupom ključeva K je u BCNF ako je
 - u 1NF i
 - svaka netrivialna funkcionalna zavisnost bilo kog atributa mora sadržati ključ sa leve strane

$$(\forall A \in R)(\forall Y \subseteq R \setminus \{A\})(F \models Y \rightarrow A \Rightarrow (\exists X \in K)(X \subseteq Y))$$

- Šema BP (S, I) je u BCNF ako su sve šeme relacija skupa S u BCNF

Normalne forme

- Primer
 - $R(\{A, B, C, D\}, \{AC \rightarrow B, BC \rightarrow D, A \rightarrow B, B \rightarrow A\})$
 - $K = \{AC, BC\}$
 - $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow A$ su netrivialne FZ koje ne sadrže ključ sa leve strane

Normalne forme

- Primer

- $R1(\{A, C, D\}, \{AC \rightarrow D\})$
- $K=\{AC\}$
- $R2(\{A, B\}, \{A \rightarrow B, B \rightarrow A\})$
- $K=\{A, B\}$
- Da li navedene šeme relacija zadovoljavaju BCNF?
 - R1 zadovoljava BCNF
 - R2 zadovoljava BCNF

Normalne forme

- $U = \{A, B, C, D, E\}$
- $F = \{A \rightarrow D, D \rightarrow E, AB \rightarrow C\}$
- Odrediti u kojoj normalnoj formi je šema relacije (U, F)
 - $K = \{AB\}$
 - Neprimarna = $\{C, D, E\}$
 - $AB \rightarrow D$
 - $A \rightarrow D$ } Nepotpuna FZ $AB \rightarrow D$, 2NF nije zadovoljena
 - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF**

Spojivost bez gubitaka

Spojivost bez gubitaka

- Pravilo za dekompozovanje i spajanje bez gubitaka za dve šeme relacije
 - pri projektovanju šeme BP, polazni (U, F) treba dekomponovati na šeme relacije
 - (R_1, F_1) i (R_2, F_2)
 - tako da bude zadovoljeno
 - $R_1 \cup R_2 = U$
 - $K_1 \subseteq R_1 \cap R_2$ ili $K_2 \subseteq R_1 \cap R_2$
 - K_1 - ključ šeme relacije (R_1, F_1)
 - K_2 - ključ šeme relacije (R_2, F_2)
 - jedna šema relacije mora sadržati ključ druge šeme relacije
 - relacije nad (R_1, F_1) i (R_2, F_2) se smeju spajati samo ako važi
 - $K_1 \subseteq R_1 \cap R_2$ ili $K_2 \subseteq R_1 \cap R_2$

Spojivost bez gubitaka

- Teorema o spojivosti bez gubitaka
 - dati su (U, F) , (R_1, F_1) i (R_2, F_2) tako da je
 - $R_1 \cup R_2 = U$
 - $F_1 = F|_{R_1}$ i $F_2 = F|_{R_2}$
 - $\blacktriangleleft(R_1, R_2)$ označava zavisnost spoja
 - kojom se garantuje spojivost bez gubitaka za (U, F) , (R_1, F_1) i (R_2, F_2)
 - važi ekvivalencija
 - $F \models \blacktriangleleft(R_1, R_2)$ akko
 - $F \models R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 \setminus R_2 \vee F \models R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2 \setminus R_1$

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak

- $U = \{R, I, P, M, O, S\}$
- $F = \{R \rightarrow I+P, M \rightarrow O, R+M \rightarrow S\}$

- R - šifra radnika
- I - ime radnika
- P - prezime radnika
- M - šifra mašine
- O - naziv mašine
- S - broj sati nedeljnog angažovanja radnika na mašini

Spojivost bez gubitaka

- Pretpostavimo da je isprojektovan skup šema relacija šeme baze podataka:
- $S = \{ N_1(\{R, I, P\}, \{R \rightarrow I, R \rightarrow P\}),$
 $N_2(\{M\}, \{\}),$
 $N_3(\{M, R, S, O\}, \{M+R \rightarrow S, M \rightarrow O\}) \}$
- Da li je obezbeđena spojivost šeme baze podataka bez gubitaka informacija?
- Pokušamo redom da spajamo
 - N_1 i N_2 :
 - $R_{12} = R_1 \cup R_2 = \{R, I, P, M\}$
 - $F_{12} = F_1 \cup F_2 = \{R \rightarrow I, R \rightarrow P\}$
 - $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 \setminus R_2 \quad \left. \vphantom{R_1 \cap R_2} \right\} \emptyset \rightarrow RIP \quad \square$
 - $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2 \setminus R_1 \quad \left. \vphantom{R_1 \cap R_2} \right\} \emptyset \rightarrow M \quad \square$
 - N_1 i N_2 nisu spojive bez gubitaka

Spojivost bez gubitaka

- Pokušamo redom da spajamo
 - N_1 i N_3 :
 - $R_{13} = R_1 \cup R_3 = \{R, I, P, M, S, O\}$
 - $F_{13} = F_1 \cup F_3 = \{R \rightarrow I, R \rightarrow P, M+R \rightarrow S, M \rightarrow O\}$
 - $R_1 \cap R_3 \rightarrow R_1 \setminus R_3$ } $R \rightarrow IP$ \top
 - $R_1 \cap R_3 \rightarrow R_3 \setminus R_1$ } $R \rightarrow MSO$ \square
 - N_1 i N_3 su spojive bez gubitaka
 - N_{13} i N_2 :
 - $R_{123} = R_{13} \cup R_2 = \{R, I, P, M, S, O\}$
 - $F_{123} = F_{13} \cup F_2 = \{R \rightarrow I, R \rightarrow P, M+R \rightarrow S, M \rightarrow O\}$
 - $R_{13} \cap R_2 \rightarrow R_2 \setminus R_{13}$ } $M \rightarrow \emptyset$ \top
 - $R_{123} = R$
 - N_{13} i N_2 su spojive bez gubitaka
 - Očuvana je spojivost bez gubitaka

Spojivost bez gubitaka

- Pretpostavimo da je isprojektovan skup šema relacija šeme baze podataka:
- $S = \{ N_1(\{R, I, P\}, \{R \rightarrow I, R \rightarrow P\}),$
 $N_2(\{M\}, \{\}),$
 $N_3(\{M, R, S, O\}, \{M+R \rightarrow S, M \rightarrow O\}) \}$
- Da li se u nekoj od relacija $r_1(N_1), r_2(N_2), r_3(N_3)$ mogu javiti anomalije ažuriranja?
 - U N_3 ako hoćemo da ubacimo podatke o novoj mašini, moramo znati koji radnik radi na njoj

Spojivost bez gubitaka

- Pretpostavimo da je isprojektovan skup šema relacija šeme baze podataka:
- $S = \{ N_1(\{R, I, P\}, \{R \rightarrow I, R \rightarrow P\}), N_2(\{M\}, \{\}), N_3(\{M, R, S, O\}, \{M+R \rightarrow S, M \rightarrow O\}) \}$
- Da li je skup šema relacija u 3NF?
 - $K_3 = \{M+R\}$, Neprimarna: $\{S, O\}$
 - $M+R \rightarrow O$ } Nepotpuna fz $M+R \rightarrow O$,
 - $M \rightarrow O$ } 2NF nije zadovoljena
 - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF**

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak

- $U = \{D, N, M, P, O\}$
- $F = \{D \rightarrow N, N \rightarrow D, D \rightarrow M, P \rightarrow O\}$
 - D - oznaka dela
 - N - naziv dela
 - M - mašina
 - P - oznaka proizvođača
 - O - naziv proizvođača
 - Deo D se proizvodi na jednoj mašini M

- Pojave nad tim šemama relacije su:

D	M
d1	m1
d2	m1
d3	m2

P	O
p1	o1
p2	o1
p3	o2
p4	o3

D	N	P
d1	n1	p1
d1	n1	p2
d2	n2	p1
d2	n2	p3
d3	n3	p3
d1	n1	p4

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak
 - Projektovanjem su definisane tri šeme relacije
 - $N_1(\{D, M\}, \{D \rightarrow M\})$
 - $N_2(\{D, N, P\}, \{D \rightarrow N, N \rightarrow D\})$
 - $N_3(\{P, O\}, \{P \rightarrow O\})$
 - Odrediti ključeve šeme relacije?
 - $K1 = \{D\}$, Neprimarna1 = $\{M\}$
 - $K2 = \{DP, NP\}$, Neprimarna2 = $\{\emptyset\}$
 - $K3 = \{P\}$, Neprimarna3 = $\{O\}$

- Pojave nad tim šemama relacije su:

D	M
d1	m1
d2	m1
d3	m2

P	O
p1	o1
p2	o1
p3	o2
p4	o3

D	N	P
d1	n1	p1
d1	n1	p2
d2	n2	p1
d2	n2	p3
d3	n3	p3
d1	n1	p4

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak

- $N_1(\{D, M\}, \{D \rightarrow M\})$
- $N_2(\{D, N, P\}, \{D \rightarrow N, N \rightarrow D\})$
- $N_3(\{P, O\}, \{P \rightarrow O\})$
- U kojoj normalnoj formi se nalaze date šeme relacije?
 - $N1$ - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF** (sa leve strane FZ se uvek nalazi ključ)
 - $N2$ - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF** (nema neprimarnih obeležja, stoga 2NF i 3NF sigurno važe; BCNF: treba ceo ključ da se nalazi sa leve strane)
 - $N3$ - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF** (sa leve strane FZ se uvek nalazi ključ)

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak
 - $N_1(\{D, M\}, \{D \rightarrow M\})$
 - $N_2(\{D, N, P\}, \{D \rightarrow N, N \rightarrow D\})$
 - $N_3(\{P, O\}, \{P \rightarrow O\})$
 - Koje anomalije se mogu javiti pri ažuriranju datih šema relacija?
 - Uvek ćemo imati iste parove D i N (redundantnost)

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak
 - $U = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$
 - $F = \{ABC \rightarrow D, ABC \rightarrow E, AG \rightarrow H, A \rightarrow G, G \rightarrow B, H \rightarrow AE, AC \rightarrow H\}$
 - $N_1(\{A, E, G, H\}, F_1)$
 - $N_2(\{A, C, F\}, F_2)$
 - $N_3(\{A, C, D, H\}, F_3)$
 - $N_4(\{B, G\}, F_4)$
 - Odrediti ključ šeme univerzalne relacije
 - U kojoj normalnoj formi se nalaze date šeme relacije?
 - Da li je očuvana spojivost bez gubitaka?
 - Ključ šeme univerzalne relacije
 - $K = \{ACF, HCF\}$

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak - u kojoj normalnoj formi se nalaze date šeme relacije
 - $U = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$
 - $F = \{ABC \rightarrow D, ABC \rightarrow E, AG \rightarrow H, A \rightarrow G, G \rightarrow B, H \rightarrow AE, AC \rightarrow H\}$
 - $N_1(\{A, E, G, H\}, F_1)$
 - $F_1 = \pi_{\{A, E, G, H\}}(F) = \{A \rightarrow GHE, H \rightarrow AEG, \text{trivijalne}\}$
 - $K_1 = \{A, H\}$, Neprimarna1 = $\{E, G\}$
 - N_1 - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF**
 - $N_2(\{A, C, F\}, F_2)$
 - $F_2 = \pi_{\{A, C, F\}}(F) = \{\text{trivijalne}\}$
 - $K_2 = \{ACF\}$, Neprimarna2 = $\{\emptyset\}$
 - N_2 - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF**

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak - u kojoj normalnoj formi se nalaze date šeme relacije
 - $U = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$
 - $F = \{ABC \rightarrow D, ABC \rightarrow E, AG \rightarrow H, A \rightarrow G, G \rightarrow B, H \rightarrow AE, AC \rightarrow H\}$
 - $N_3(\{A, C, D, H\}, F_3)$
 - $F_3 = \pi_{ACDH}(F) = \{A \rightarrow H, H \rightarrow A, AC \rightarrow D, CH \rightarrow D, \text{trivijalne}\}$
 - $K_3 = \{AC, HC\}$, Neprimarna3 = $\{D\}$
 - N_3 - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF** (treba ceo ključ da se nalazi sa leve strane, npr. $A \rightarrow H$)
 - $N_4(\{B, G\}, F_4)$
 - $F_4 = \pi_{BG}(F) = \{G \rightarrow B, \text{trivijalne}\}$
 - $K_4 = \{G\}$, Neprimarna4 = $\{B\}$
 - N_4 - **1NF, 2NF, 3NF, BCNF**

Spojivost bez gubitaka

- Zadatak - da li je očuvana spojivost bez gubitaka
 - $N_1(\{A, E, G, H\}, \{A \rightarrow GHE, H \rightarrow AEG, \text{trivijalne}\})$
 - $N_2(\{A, C, F\}, \{\text{trivijalne}\})$
 - $N_3(\{A, C, D, H\}, \{A \rightarrow H, H \rightarrow A, AC \rightarrow D, CH \rightarrow D, \text{trivijalne}\})$
 - $N_4(\{B, G\}, \{G \rightarrow B, \text{trivijalne}\})$
- Pokušamo redom da spajamo
 - N_1 i N_2 :
 - $R_{12} = R_1 \cup R_2 = \{A, E, G, H, C, F\}$
 - $F_{12} = F_1 \cup F_2 = \{A \rightarrow GHE, H \rightarrow AEG, \text{trivijalne}\}$
 - $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 \setminus R_2 \left. \vphantom{\begin{matrix} R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 \setminus R_2 \\ R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2 \setminus R_1 \end{matrix}} \right\} A \rightarrow EGH \quad \top$
 - $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2 \setminus R_1 \left. \vphantom{\begin{matrix} R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 \setminus R_2 \\ R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2 \setminus R_1 \end{matrix}} \right\} A \rightarrow CF \quad \square$
 - N_1 i N_2 su spojive bez gubitaka

Spojivost bez gubitaka

- Pokušamo redom da spajamo

- N_{12} i N_3 :

- $R_{123} = R_{12} \cup R_3 = \{A, E, G, H, C, F, D\}$

- $F_{123} = F_{12} \cup F_3 = \{A \rightarrow GHE, H \rightarrow AEG, A \rightarrow H, H \rightarrow A, AC \rightarrow D, CH \rightarrow D, \text{trivijalne}\}$

- $R_{12} \cap R_3 \rightarrow R_{12} \setminus R_3 \quad \left. \vphantom{R_{12} \cap R_3} \right\} \quad ACH \rightarrow EGF \quad \square$

- $R_{12} \cap R_3 \rightarrow R_3 \setminus R_{12} \quad \left. \vphantom{R_{12} \cap R_3} \right\} \quad ACH \rightarrow D \quad \top$

- N_{12} i N_3 su spojive bez gubitaka

- N_{123} i N_4 :

- $R_{1234} = R_{123} \cup R_4 = \{A, E, G, H, C, F, D, B\}$

- $F_{1234} = F_{123} \cup F_4 = \{A \rightarrow GHE, H \rightarrow AEG, A \rightarrow H, H \rightarrow A, AC \rightarrow D, CH \rightarrow D, G \rightarrow B, \text{trivijalne}\}$

- $R_{123} \cap R_4 \rightarrow R_{123} \setminus R_4 \quad \left. \vphantom{R_{123} \cap R_4} \right\} \quad G \rightarrow AEHCFD \quad \square$

- $R_{123} \cap R_4 \rightarrow R_4 \setminus R_{123} \quad \left. \vphantom{R_{123} \cap R_4} \right\} \quad G \rightarrow B \quad \top$

- $R_{1234} = U$

- N_{123} i N_4 su spojive bez gubitaka

- Očuvana je spojivost bez gubitaka

Kraj!

Hvala na pažnji!